

УДК 004.94

**В. А. Іванюк**, канд. техн. наук,**В. В. Понеділок**, аспірант,**В. А. Гришук**, магістрКам'янець-Подільський національний університет  
імені Івана Огієнка, м. Кам'янець-Подільський**КОМП'ЮТЕРНА РЕАЛІЗАЦІЯ ДЕТЕРМІНОВАНОГО  
СПОСОБУ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ІНТЕГРАЛЬНИХ МОДЕЛЕЙ  
НЕЛІНІЙНИХ ДИНАМІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ**

Розглянуто метод ідентифікації нелінійних динамічних об'єктів у вигляді інтегро-степеневих рядів Вольтерри з використанням детермінованих сигналів ступінчатого впливу визначеної амплітуди. Запропоновано Simulink-моделі для реалізації однорідного регулярного інтегрального оператора  $n$ -го степеня. Досліджено за допомогою обчислювальних експериментів якість розроблених програмних засобів.

**Ключові слова:** ідентифікація, моделювання, нелінійні динамічні системи, ряди Вольтерри, ядра Вольтерри, Matlab / Simulink.

**Вступ.** Розвиток теорії і методів математичного моделювання нелінійних динамічних систем є актуальною проблемою сучасної прикладної математики. В багатьох випадках, досліджувану нелінійну динамічну систему можна представити у вигляді послідовно з'єднаних лінійних динамічних і нелінійних статичних ланок, моделювання яких набагато простіше, ніж нелінійної динамічної системи в цілому. При такому підході необхідна додаткова апріорна інформація про структуру системи. У цьому випадку говорити про ідентифікацію в широкому сенсі вже не можна [1].

Найбільш загальним і зручним з існуючих способів подання математичних моделей нелінійних систем є представлення їх за допомогою ряду Вольтерри [1–2; 5; 8]:

$$y(t) = \sum_{m=1}^n f_m(t), \quad f_m = \int_0^t \dots \int_0^t K_m(s_1, \dots, s_m) \prod_{i=1}^m x(t-s_i) ds_i, \quad t \in [0, T], \quad (1)$$

де  $x(t)$ ,  $y(t)$  — відповідно вхідний і вихідний сигнали об'єкта,  $n$  — деяке натуральне число,  $T$  — час перехідного процесу,  $K_m(s_1, \dots, s_m)$  — ядра Вольтерри, причому  $K_1(s)$  визначає лінійну складову динамічної системи.

Функціональні ряди Вольтерри досить давно використовуються в математичному моделюванні нелінійних динамічних систем. Як і будь-який універсальний апарат, апарат рядів Вольтерри, поряд з

очевидними перевагами має і недоліки. Він дає змогу представити вихідний сигнал  $y(t)$  системи, яка трактується як «чорний ящик», на зовнішні впливи  $x(t)$  у вигляді інтегро-степеневого ряду (1). Подання нелінійної динамічної системи за допомогою ряду Вольтерри є загальним та допускає ясну фізичну інтерпретацію і його можна розглядати як узагальнення лінійного випадку [1]. Дійсно, якщо покласти  $K_2 = K_3 = \dots = K_m = 0$ , то згідно (1) ми отримаємо вираз

$$y(t) = \int_0^t K(s)x(t-s)ds,$$

який широко використовується для опису лінійних систем і відомий як інтегральне рівняння згортки.

Основна ж проблема полягає у складності розв'язання типової оберненої задачі — ідентифікації ядер Вольтерри  $K_m$  ( $m = \overline{1, n}$ ) в (1) за відомими реакціями системи на ті чи інші тестові впливи. Саме наявність ефективних алгоритмів та засобів ідентифікації ядер Вольтерри визначає перспективність використання (1) для математичного опису складних фізико-технічних систем і об'єктів [7].

**Метою роботи** є розробка засобів ідентифікації ядер Вольтерри на основі детермінованих сигналів у вигляді ступінчастих впливів.

**Метод побудови ядер Вольтерри.** Нехай на досліджуваний об'єкт впливають сигнали, які описуються детермінованими функціями часу.

*Одновимірне ядро.* Припустимо, що розв'язок задачі ідентифікації визначається в класі стаціонарних лінійних систем. Загальний вигляд математичної моделі стаціонарної лінійної системи задається рівнянням

$$y(t) = \int_{E^1} K_1(s)x(t-s)ds. \quad (2)$$

Вагова функція рівняння (2) може бути визначена експериментально, якщо в якості вхідного сигналу обрати  $\delta$  – функцію або ступінчастий вплив амплітуди  $A$ . В першому випадку:

$$\int_{E^1} K_1(s)\delta(t-s)ds = K_1(t),$$

а в другому —

$$\int_{E^1} K_1(s)A \cdot 1(t-s)ds = A \int_0^t K_1(s)ds = f(t). \quad (3)$$

Виконавши диференціювання (3) по верхній межі, отримаємо:

$$K_1(t) = \frac{1}{A} \frac{df(t)}{dt}. \quad (4)$$

*Двовимірне ядро.* Розглянемо однорідний регулярний оператор другого степеня [5]:

$$v_2[x(t)] = \int_{E^2} K_2(s_1, s_2) x(t-s_1) x(t-s_2) ds_1 ds_2. \quad (5)$$

Оскільки ядро  $K_2(s_1, s_2)$  симетричне, то з визначення однорідної функції другого степеня слідує, що для цього оператора справедливою є тотожність:

$$2v_2[x_1(t), x_2(t)] \equiv v_2[x_1(t) + x_2(t)] - v_2[x_1(t)] - v_2[x_2(t)], \quad (6)$$

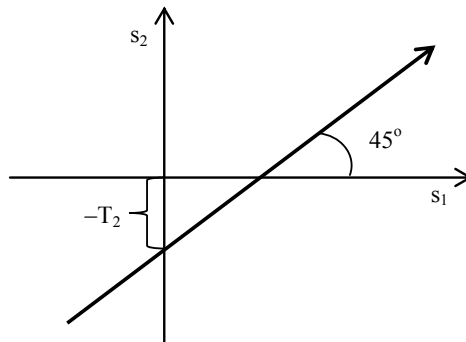
де через  $v_2[x_1(t), x_2(t)]$  позначений білінійний однорідний оператор другого степеня, тобто:

$$v_2[x_1(t), x_2(t)] = \int_{E^2} K_2(s_1, s_2) x_1(t-s_1) x_2(t-s_2) ds_1 ds_2. \quad (7)$$

Нехай  $x_1(t)$  та  $x_2(t)$  — це  $\delta$ -функції:  $\delta(t-T_1)$  і  $\delta(t-T_2)$ . Тоді з (5) та (6) отримаємо:

$$\begin{aligned} & 2v_2[\delta(t-T_1), \delta(t-T_2)] = \\ & = 2 \int_{E^2} K_2(s_1, s_2) \delta(t-T_1-s_1) \delta(t-T_2-s_2) ds_1 ds_2 = 2K_2(t-T_1, t-T_2). \end{aligned} \quad (8)$$

Позначимо  $s_1 = t - T_1$ ,  $s_2 = t - T_2$ . Без обмеження загальності можна покласти найменше з чисел  $T_1$  та  $T_2$  рівним нулю. Припустимо, що це буде  $T_1$ . Тоді маємо  $s_1 = t$ ,  $s_2 = t - T_2$ . Це є параметричне рівняння прямої, що проходить під кутом  $45^\circ$  на площині з координатами  $s_1$  та  $s_2$  і зсунутої по осі  $s_2$  на  $-T_2$  (рис. 1). Ядро  $K_2$  вимірюється по цій прямій. В наслідок умови причинності ядро буде відмінне від нуля тільки в першому квадранті площини  $s_1, s_2$ . Змінюючи час  $T_1$  та  $T_2$  між моментами подання імпульсів, можна таким чином визначити ядро  $K_2(s_1, s_2)$  на необхідній ділянці першого квадранта площини.



**Рис. 1.** Площина визначення значень ядра, відмінних від нуля  
 Подамо на вхід системи ступінчатий вплив з амплітудою  $A$ . Тоді

$$\begin{aligned}
 & 2v_2[A \cdot 1(t - T_1), A \cdot 1(t - T_2)] = \\
 & = 2A^2 \int_{E^2} K_2(s_1, s_2) \cdot 1(t - T_1 - s_1) \cdot 1(t - T_2 - s_2) ds_1 ds_2 = \quad (9) \\
 & = 2A^2 \int_0^{t-T_1} \int_0^{t-T_2} K_2(s_1, s_2) ds_1 ds_2.
 \end{aligned}$$

При різних часових значеннях  $T_1$  і  $T_2$ , отримаємо деяку поверхню  $f_2(s_1, s_2)$  в трьохвимірному просторі:

$$2A^2 \int_0^{t-T_1} \int_0^{t-T_2} K_2(s_1, s_2) ds_1 ds_2 = f_2(t - T_1, t - T_2). \quad (10)$$

Для визначення  $K_2(s_1, s_2)$  потрібно диференціювати  $f_2$  по  $s_1$  та  $s_2$ , тобто:

$$K_2(s_1, s_2) = \frac{1}{2A^2} \frac{\partial^2 f_2(s_1, s_2)}{\partial s_1 \partial s_2}. \quad (11)$$

*Тривимірне ядро.* Розглянемо однорідний регулярний оператор третього степеня [5]

$$v_3[x(t)] = \int_{E^3} K_3(s_1, s_2, s_3) x_1(t - s_1) x_2(t - s_2) x_3(t - s_3) ds_1 ds_2 ds_3. \quad (12)$$

Враховуючи, що ядро третього порядку симетричне, отримаємо:

$$\begin{aligned}
 3!v_3[x_1, x_2, x_3] &= v_3[x_1 + x_2 + x_3] - v_3[x_1 + x_2] - v_3[x_2 + x_3] - \\
 &- v_3[x_1 + x_3] + v_3[x_1] + v_3[x_2] + v_3[x_3]. \quad (13)
 \end{aligned}$$

Подаючи на вхід даної системи  $x_1(t) = \delta(t - T_1)$ ,  $x_2(t) = \delta(t - T_2)$ ,  $x_3(t) = \delta(t - T_3)$ , отримаємо ядро третього порядку:

$$v_3[\delta(t - T_1), \delta(t - T_2), \delta(t - T_3)] = 3!K_3(t - T_1, t - T_2, t - T_3). \quad (14)$$

Подамо тепер на вхід системи ступінчаті сигнали з амплітудою  $A$ . З (12) одержимо:

$$\begin{aligned}
 & v_3[A \cdot 1(t - T_1), A \cdot 1(t - T_2), A \cdot 1(t - T_3)] = \\
 & = 3!A^3 \int_0^{t-T_1} \int_0^{t-T_2} \int_0^{t-T_3} K_3(s_1, s_2, s_3) ds_1 ds_2 ds_3 = f_3(t - T_1, t - T_2, t - T_3). \quad (15)
 \end{aligned}$$

Аналогічно (11) визначення трьохвимірного ядра Вольтерри проводиться за формулою:

$$K_3(s_1, s_2, s_3) = \frac{1}{3!A^3} \frac{\partial^3 f_3(s_1, s_2, s_3)}{\partial s_1 \partial s_2 \partial s_3}. \quad (16)$$

*Багатовимірне ядро.* Для регулярного однорідного оператора степеня  $p$  скористаємося алгебраїчною рівністю [5]:

$$p!v_p[x_1, \dots, x_p] = (x_1 + \dots + x_p)^p - [(x_1 + \dots + x_{p-1})^p + \dots] + \\ + [(x_1 + \dots + x_{p-2})^p + \dots] + \dots + (-1)^{p-1}(x_1^p + \dots + x_p^p). \quad (17)$$

Перший член в (17) — це сума всіх змінних  $x_i$ , піднесена до степеня  $p$ . В другому члені рівності, що знаходиться в квадратних дужках, кожна з сум, що підноситься до степеня  $p$ , утворена з  $p-1$  різних змінних  $x_i$ ,  $i=1, \dots, p$ . Всього таких сум буде  $C_p^{p-1}$ . Кожна сума третього члена, що підноситься до степеня  $p$ , утворена з  $p-2$  змінних  $x_i$ ,  $i=1, \dots, p$  з різними індексами  $i$ . Всього таких сум буде  $C_p^{p-2} = \frac{p(p-1)}{2}$ . Решта членів (17) утворені так само, а їх число становить  $\sum_{n=1}^p C_p^n = 2^p - 1$ . Після формування системи, виходячи з рівності (17), і подаючи на вхід  $\delta$ -функції, отримаємо ядра порядку  $p$

$$v_p[\delta(t-T_1), \dots, \delta(t-T_p)] = p!K_p(t-T_1, \dots, t-T_p). \quad (18)$$

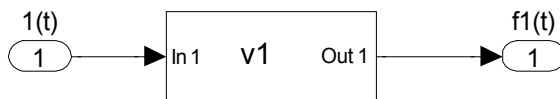
Для ступінчатих впливів з амплітудою  $A$  маємо

$$v_p[A \cdot 1(t-T_1), A \cdot 1(t-T_2), \dots, A \cdot 1(t-T_p)] = \\ = p!A^p \int_0^{t-T_1} \int_0^{t-T_2} \dots \int_0^{t-T_p} K_p(s_1, s_2, \dots, s_p) ds_1 ds_2 \dots ds_p = \\ = f_p(t-T_1, t-T_2, \dots, t-T_p). \quad (19)$$

Диференціюючи (19), отримаємо

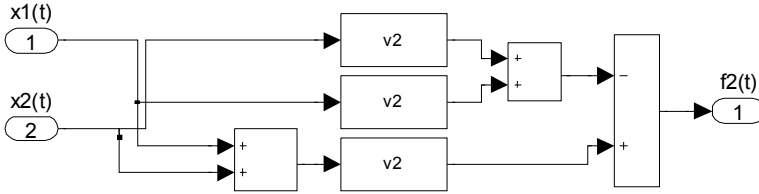
$$K_p(s_1, \dots, s_p) = \frac{1}{p!A^p} \frac{\partial^p f_p(s_1, \dots, s_p)}{\partial s_1 \dots \partial s_p}. \quad (20)$$

**Програмна реалізація.** На основі однорідного оператора  $n$ -го степеня (17) створено в середовищі Simulink відповідні структурні схеми. Структурна схема для визначення одновимірної ядра Вольтерри представлена на рис. 2.



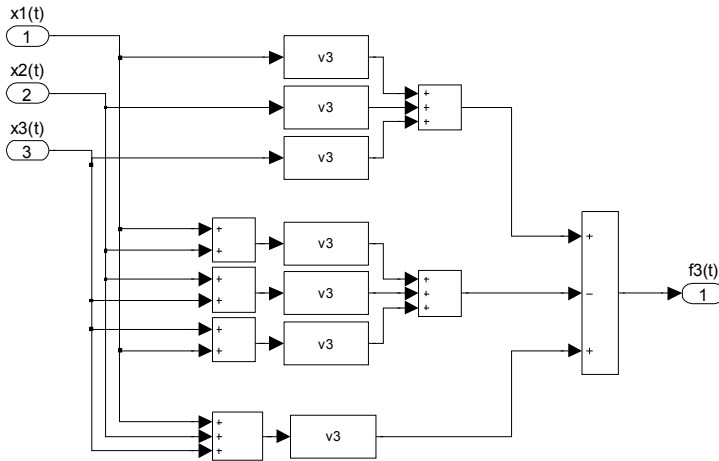
**Рис. 2.** Структурна Simulink-схема ідентифікації одновимірної ядра Вольтерри

Структурна схема для визначення двовимірної ядра побудована на основі (6) зображена на рис. 3.



*Рис. 3. Структурна Simulink-схема однорідного регулярного оператора другого степеня*

Блок-схему для отримання тривимірного ядра Вольтерри на основі (13) наведено на рис. 4.



*Рис. 4. Структурна Simulink-схема однорідного регулярного оператора третього степеня*

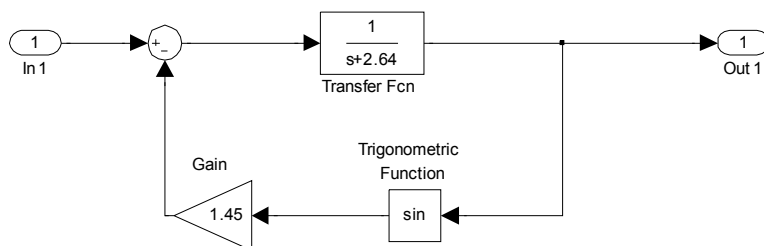
Побудовані Simulink-схеми дозволяють впливати на них із середовища MATLAB, тобто з урахуванням можливості задавати та реструвати вхідні та вихідні (реакції) сигнали. Вхідні сигнали до структурних схем подаються з середовища MATLAB шляхом запуску скрипта `indentification.m`. На основі вихідних сигналів формуються ядра відповідної розмірності шляхом чисельного диференціювання. Результатом виконання програми є набір ядер різної розмірності.

Блоки  $v1$ ,  $v2$ ,  $v3$  визначають нелінійну систему, яка може задаватися із використанням стандартних засобів Simulink або із застосуванням спеціалізованих програмних рішень Matlab, зокрема Instrument Control Toolbox, який містить стандартні блоки для двохстороннього обміну даними між зовнішніми пристроями та Simulink-моделями.

**Обчислювальний експеримент.** Дослідження запропонованих методів та побудованих на їх основі засобів проводилось на обчис-

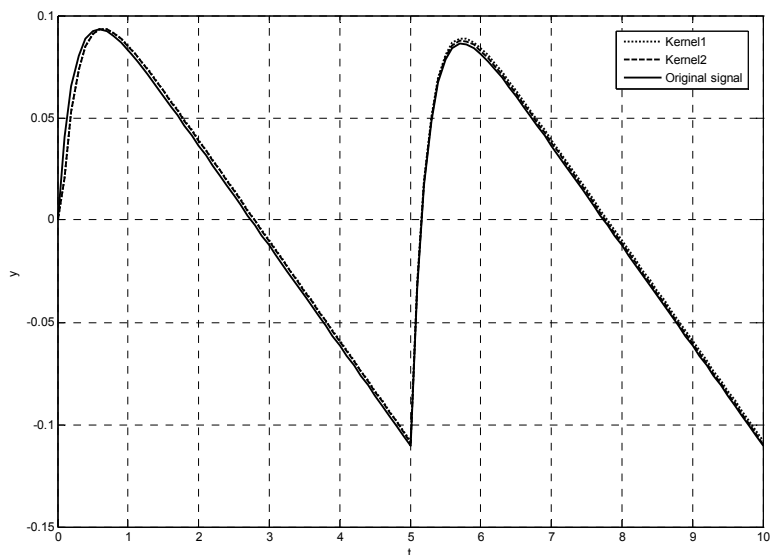
лювальних експериментах. Для дослідження побудовано імітаційні моделі у вигляді підсистем, в яких виокремлені різні типи нелінійності, які часто зустрічаються на практиці, зокрема, поліноміальна, тригонометрична, експоненціальна тощо.

Параметри у схемах обирались відповідно до сучасних наукових напрацювань в даній сфері та відповідно до реальних об'єктів. Однією з модельних задач була задача побудови інтегрального ряду Вольтерри для нелінійної системи [4], яка приведена на рис. 5.

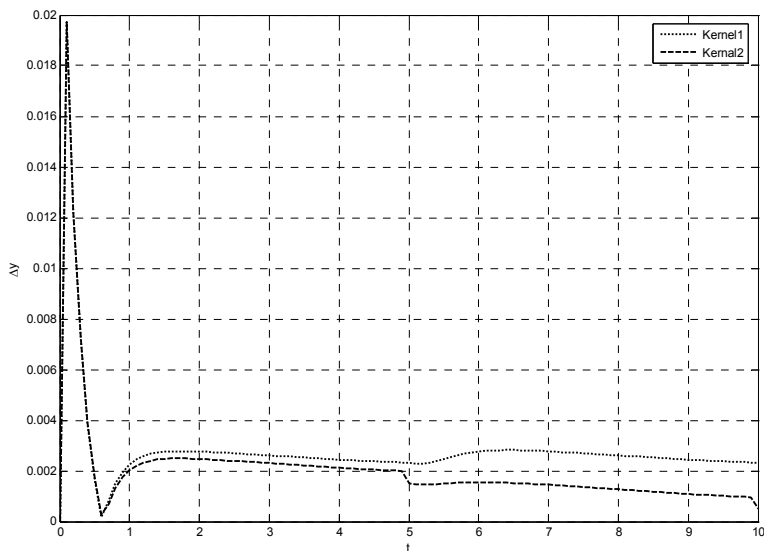


**Рис. 5.** Модель з нелінійністю тригонометричного типу

Застосувавши розроблені засоби було отримано ядра Вольтерри першого та другого порядків. Результати розв'язання прямої задачі (1) зображені на рис. 6. На вхід імітаційної моделі подається синусоїдальний тестовий сигнал. Відповідні значення абсолютних похибок обрахунку представлені на рис. 7.



**Рис. 6.** Точний та наближені розв'язки моделі



**Рис. 7.** Абсолютні похибки ідентифікації ядер

**Висновки.** Проведені дослідження показали, що розроблені програмні засоби побудови математичних моделей нелінійних динамічних систем типу «вхід-вихід» можуть успішно використовуватись в різних областях науки та техніки як самостійно, так і у якості складового компоненту.

Основним недоліком застосування даного підходу є те, що із збільшенням розмірностей ядер суттєво зростає кількість обчислювальних дій. Це стосується розв'язання як прямої, так і оберненої задачі. Для подолання зазначеного недоліку необхідно, по-перше, застосовувати методи паралельної обробки даних, по-друге, будувати моделі з виродженими ядрами, що дозволить використовувати апарат інтегро-степеневих рядів Вольтерри в системах реального часу.

#### Список використаних джерел:

1. Бойко И. Ф. Идентификация систем измерений / И. Ф. Бойко, В. В. Турчак // *Електроніка та системи упр.* — 2009. — № 1. — С. 11–19.
2. Вольтерра В. Теория функционалов, интегральных и интегро-дифференциальных уравнений / В. Вольтерра ; пер. с англ. ; под ред. П. И. Кузнецова. — М. : Наука, 1982. — 304 с.
3. Гроп Д. Методы идентификации систем / Д. Гроп. — М. : Мир, 1979. — 302 с.
4. Павленко В. Д. Идентификация нелинейных динамических систем в виде ядер Вольтерры на основе данных измерений импульсных откликов / В. Д. Павленко // *Електронне моделювання.* — 2010. — Т. 32. — № 3. — С. 3–18.



5. Пупков К. А. Функциональные ряды в теории нелинейных систем / К. А. Пупков, В. И. Капалин, А. С. Ющенко. — М. : Наука, 1976. — 448 с.
6. Салыга В. И. Автоматизированные системы управления технологическими процессами. Идентификация и оптимальное управление / под ред. В. И. Салыги. — Х. : Вища шк., 1976. — 179 с.
7. Семенов А. Д. Идентификация объектов управления : учебн. пособие / А. Д. Семенов, Д. В. Артамонов, А. В. Брюхачев. — Пенза : Изд-во Пенз. гос. ун-та, 2003. — 211 с.
8. Сидоров Д. Н. Моделирование нелинейных нестационарных динамических систем рядами Вольтерра: идентификация и приложения / Д. Н. Сидоров // Сибирский журнал индустриальной математики. — 2000. — Т. 3, № 1 (5). — С. 182–194.

The method of identification of nonlinear dynamic objects in the form of integro-power series Volterra using deterministic signals stepped the influence of certain amplitude is considered. Simulink-models are proposed to implement a uniform regular integral operator  $n$ -th degree. Investigated by means of numerical experiments the quality of the developed software.

**Key words:** *identification, modeling, nonlinear dynamic systems, Volterra series, Volterra kernels, Matlab / Simulink.*

Отримано: 24.03.2014

УДК 519.876.5

**Р. М. Ирмухаметова\***, старший преподаватель,

**О. А. Наконечная\*\***, канд. техн. наук

\* Ташкентский государственный технический университет,  
г. Ташкент, Узбекистан,

\*\* Восточноевропейский университет экономики  
и менеджмента, г. Черкасы

### **ОРГАНИЗАЦИЯ ПРОГРАММНЫХ СРЕДСТВ ДИАГНОСТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ АКУСТИЧЕСКОЙ ЭМИССИИ**

Рассматривается задача структурной и функциональной организации алгоритмов и программ обработки сигналов акустической эмиссии при диагностировании дефектов технических конструкций. Анализируются признаки сигналов, определяющие диагностические параметры дефектов.

**Ключевые слова:** *акустическая эмиссия, сигналы, диагностика, дефекты, классификация.*

**Введение и постановка задачи.** Метод акустической эмиссии (АЭ) является одним из наиболее перспективных методов неразрушающего контроля. Он базируется на исследовании акустических